Wykład VII

Nośniki nadmiarowe w półprzewodnikach

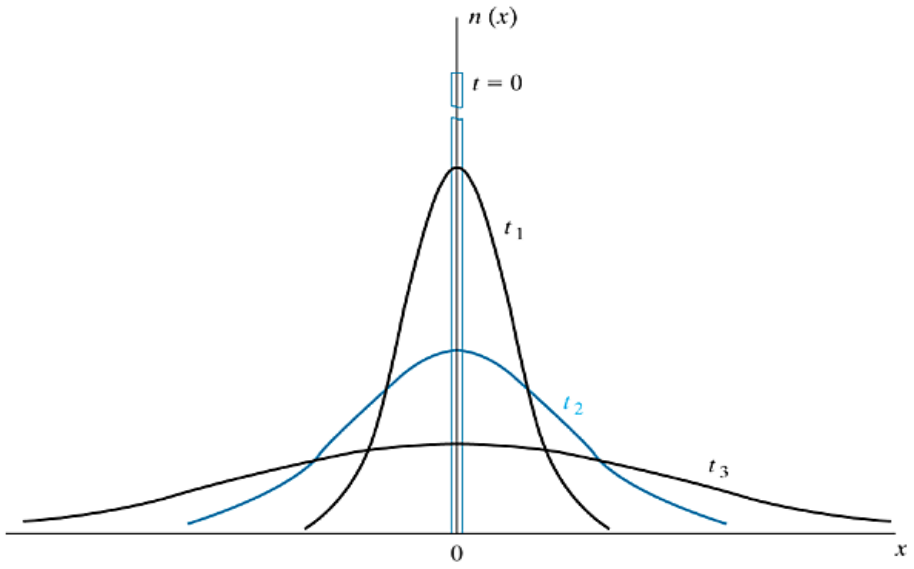
- **Dyfuzja i unoszenie nośników**
- **Prąd wstrzykiwania, długość drogi dyfuzji**
- **Gradienty quazi-poziomów Fermiego**

Główne mechanizmy transportu prądu

- **dyfuzja jako wynik gradientu koncentracji**
- **dryft (unoszenie) w wyniku istnienia pola elektrycznego**

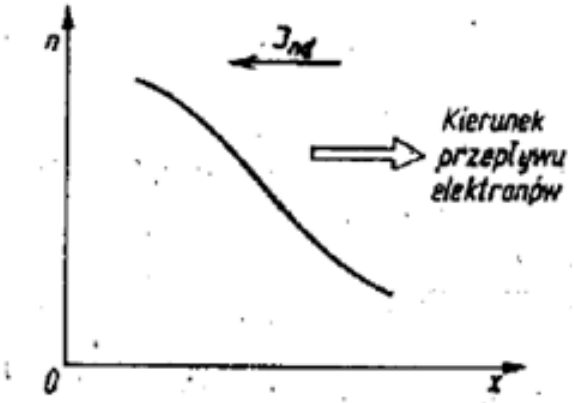
Dyfuzja nośników: jakikolwiek gradient n lub p powoduje ruch nośników z obszaru o wyższej koncentracji do obszaru o niższej koncentracji

Proces dyfuzji zachodzi w wyniku chaotycznego ruchu termicznego i zderzeń z siecią oraz z domieszkami

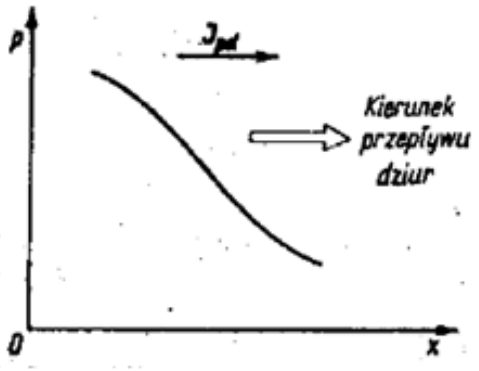


Gęstość prądu dyfuzyjnego

Prąd dyfuzyjny: wynika z gradientu koncentracji nośników



$$J_n(dyf) = -(-q)D_n \frac{dn(x)}{dx} = +qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$



$$J_p(dyf) = -(+q)D_p \frac{dp(x)}{dx} = -qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

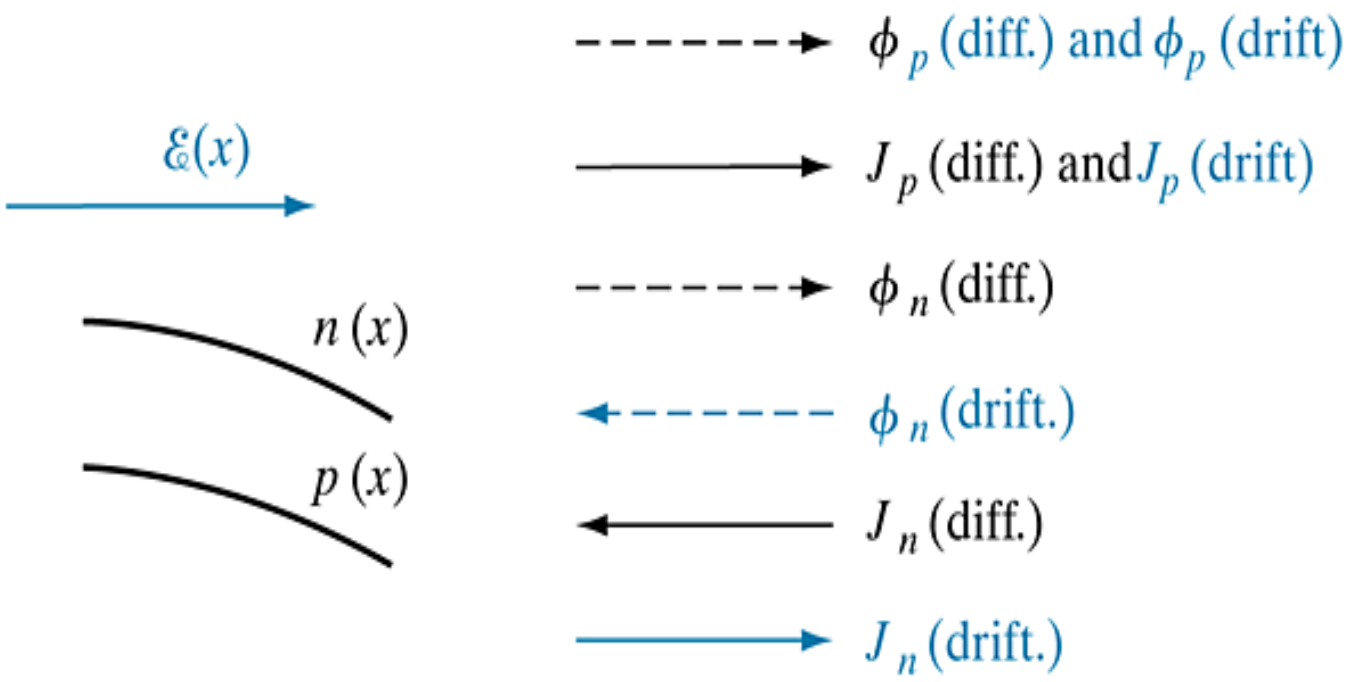
Całkowity prąd w obecności pola elektrycznego

Całkowity prąd jest sumą prądu dyfuzyjnego (elektronowego i dziurowego) i prądu unoszenia (elektronowego i dziurowego) : $J(x) = J_n(x) + J_p(x)$

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\varepsilon(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Dyfuzja i unoszenie nośników - przykład



Uwaga: nośniki mniejszościowe mogą dawać istotny wkład do prądu dyfuzyjnego (gradienty!) , zaś zwykle niewielki do prądu unoszenia (~ do koncentracji).

W stanie równowagi, przez półprzewodnik nie płynie prąd ! Zatem jeśli na skutek fluktuacji nastąpi przepływ prądu dyfuzyjnego to natychmiast pojawia się pole elektryczne, które niweluje ten prąd.

Relacja Einsteina

Prąd dziurowy w stanie równowagi:

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\varepsilon(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx} = 0 \qquad \boldsymbol{p = p_0}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p}\frac{1}{p_0(x)}\frac{dp_0(x)}{dx}}$$

$$\boldsymbol{p_0 = n_i e^{(E_i - E_F)/kT}} \quad \Longrightarrow \quad \varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p}\frac{1}{kT}\left(\frac{dE_i}{dx} - \frac{dE_F}{dx}\right)$$

$$\boldsymbol{\frac{dE_F}{dx} = 0} \qquad \boldsymbol{\frac{dE_i}{dx} = q\varepsilon(x)} \qquad \boldsymbol{\varepsilon(x) = -\frac{dV(x)}{dx} = -\frac{d}{dx}\left[\frac{E_i}{(-q)}\right] = \frac{1}{q}\frac{dE_i}{dx}}$$

$$\varepsilon(x) = \frac{D_p}{\mu_p}\frac{q}{kT}\varepsilon(x)$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}}}$$

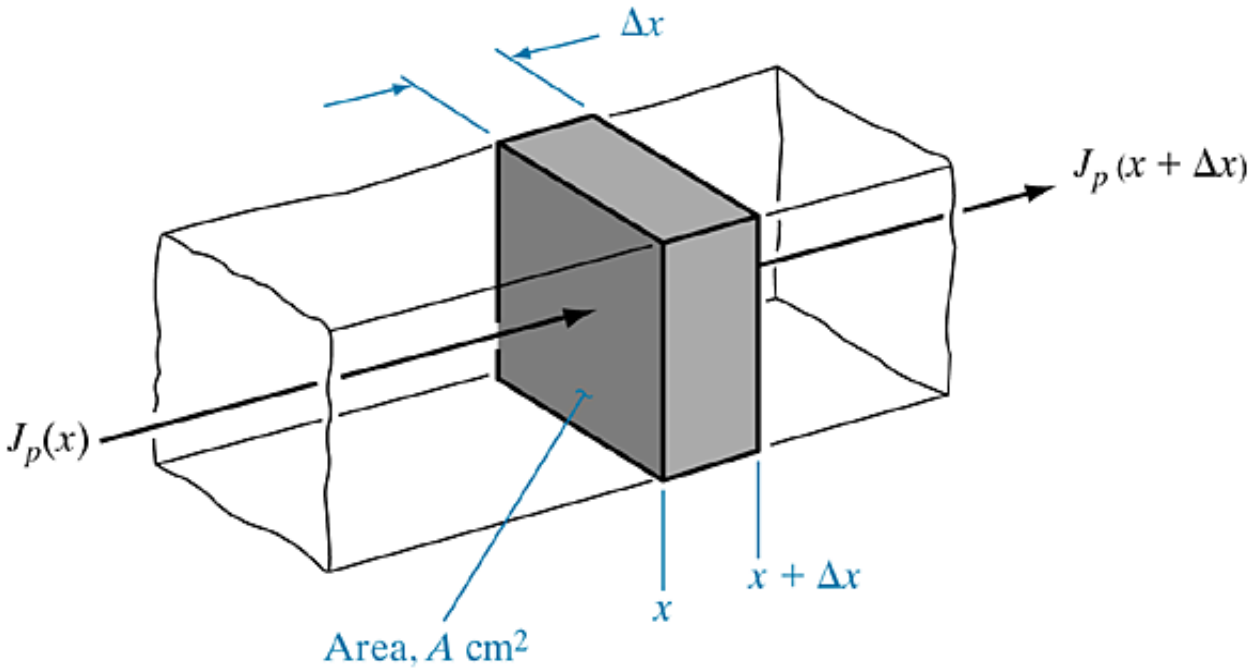
Współczynnik dyfuzji i ruchliwość nośników w półprzewodnikach samoistnych w T= 300K.

	$D_n(cm^2/s)$	$D_p(cm^2/s)$	$\mu_n(cm^2/Vs)$	$\mu_p(cm^2/Vs)$
Ge	100	50	3900	1900
Si	35	12.5	1350	480
GaAs	220	10	8500	400

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

Równanie ciągłości

Analizując procesy dyfuzji do tej pory zaniedbywana była rekombinacja. Tymczasem musi być brana pod uwagę przy analizie transportu prądu, gdyż prowadzi do zmiany dystrybucji nośników.



Rozważmy prąd wchodzący i wychodzący z elementu objętości ΔxA.

Równania ciągłości dla elektronów i dziur

• **szybkość wzrostu ilości dziur = [wzrost koncentracji w elemencie objętości (ΔxA)] – [szybkość rekombinacji]**

$$\Delta j = q\Delta pv = q\Delta p\Delta x/\Delta t$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{x\to x+\Delta x} = \frac{1}{q}\frac{J_p(x) - J_p(x+\Delta x)}{\Delta x} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

Jeśli $\Delta x \to 0$ **zmianę prądu można zapisać w postaci różniczki:**

$$\frac{\partial p(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial \delta p}{\partial t} = -\frac{1}{q}\frac{\partial J_p}{\partial x} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$ *dla dziur* **p = p$_0$ + δp**

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial \delta n}{\partial t} = +\frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$ *dla elektronów* **n = n$_0$ + δn**

Są to równania ciągłości, odpowiednio dla dziur i elektronów

Równania ciągłości dla elektronów i dziur

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = +\frac{1}{q}\frac{\partial J_n}{\partial x} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

Jeśli założyć, że nie ma prądu unoszenia tylko prąd dyfuzyjny:

$$J_n = J_n(dyf) = +qD_n \frac{dn(x)}{dx} = qD_n \frac{\partial \delta n}{\partial x} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial \delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_n}$$

i podobnie dla dziur:

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 \delta p}{\partial x^2} - \frac{\delta p}{\tau_p}$$

Są to równania opisujące proces dyfuzji, któremu towarzyszy proces rekombinacji.

Stan stacjonarny

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} - \frac{\delta n}{\tau_n} = 0 \quad \longrightarrow \quad D_n \frac{\partial^2 \delta n}{\partial x^2} = \frac{\delta n}{\tau_n}$$

Można przejść do różniczek zupełnych, bo w stanie stacjonarnym nie ma zależności od czasu

$$\frac{d^2 \delta n}{dx^2} = \frac{\delta n}{D_n \tau_n} = \frac{\delta n}{L_n^2}$$ **gdzie** $$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$ **długość dyfuzji dla elektronów**

$$\frac{d^2 \delta p}{dx^2} = \frac{\delta p}{D_p \tau_p} = \frac{\delta p}{L_p^2}$$ $$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$ **długość dyfuzji dla dziur**

Rozwiązanie ogólne:

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$$

Przykład

Załóżmy, że dziury są wstrzykiwane w x = 0, i niech $\delta p(x = 0) = \Delta p$.

$$\delta p(x) = C_1 e^{x/L_p} + C_2 e^{-x/L_p}$$

Wówczas z warunków brzegowych:

$$\delta p(x \to \infty) = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \; i \; C_2 = \Delta p,$$

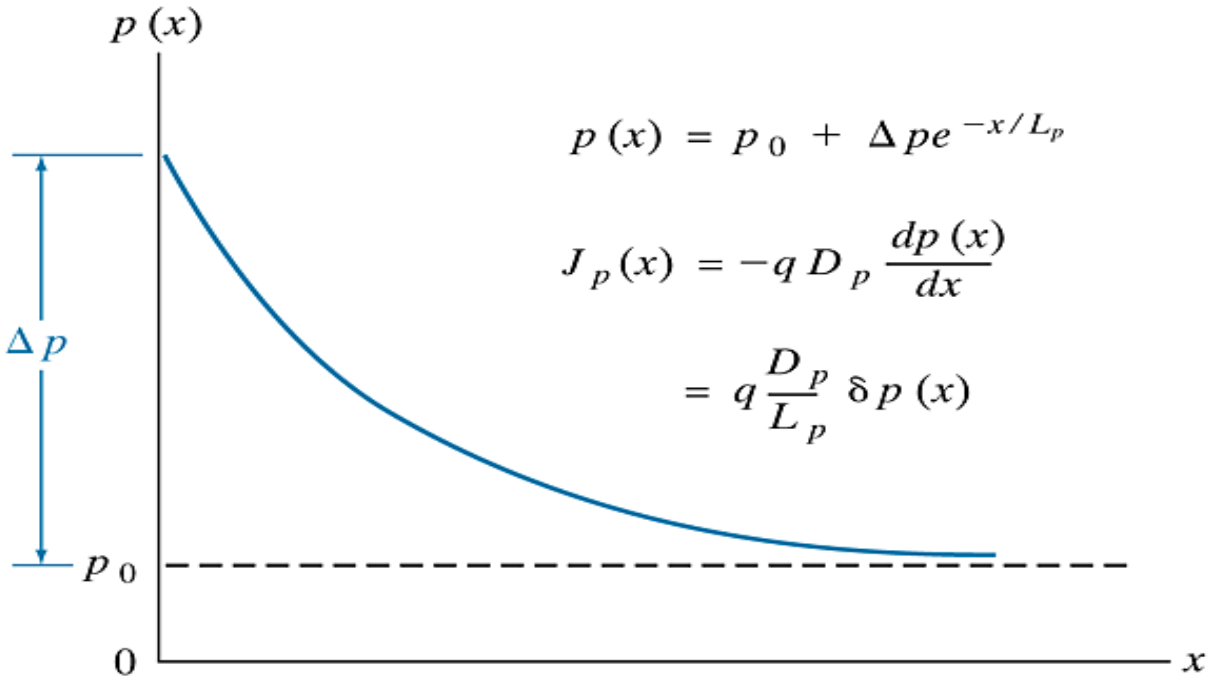
$$\delta p(x) = \Delta p e^{-x/L_p}$$

$$p(x) = p_0 + \Delta p e^{-x/L_p}$$

$$J_p(x) = -qD_p \frac{dp(x)}{dx} = q \frac{D_p}{L_p} \delta p(x)$$

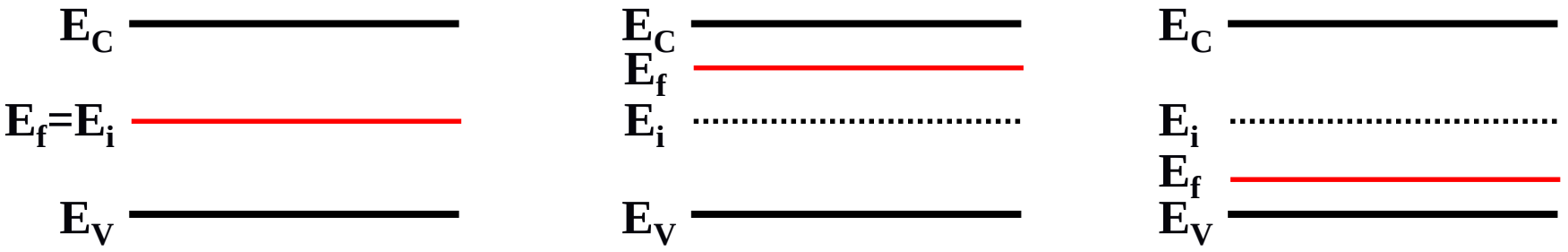
Przykład cd.

Na skutek rekombinacji, wstrzyknięta nadmiarowa koncentracja dziur maleje wykładniczo ze wzrostem *x*. Długość dyfuzji L_p, odpowiada odległości przy której nadmiarowa koncentracja dziur spada do wartości $1/e$ z wartości Δp .



Wstrzyknięcie dziur w $x = 0$, prowadzi do rozkładu stacjonarnego $p(x)$ i prądu dyfuzyjnego $J_p(x)$.

Poziom Fermiego w półprzewodniku niezdegenerowanym



samoistny **n-typu** **p-typu**

n_i $n = n_i \exp\left(E_f - E_i\right)/kT$ $p = n_i \exp\left(E_i - E_f\right)/kT$

Wpływ domieszkowania na poziom Fermiego E_f:

- **n-typu: poziom Fermiego przesuwa się do góry**
- **p-typu: poziom Fermiego przesuwa się w dół**

Kwazi-poziomy Fermiego

Wiadomo, że poziom Fermiego (E_F) ma znaczenie tylko gdy nie ma nośników nadmiarowych (tj. w stanie równowagi).

Można napisać wyrażenia na stacjonarne koncentracje dla elektronów i dziur, podobnie jak wyrażenia na koncentracje równowagowe, definiując oddzielne *kwazi-poziomy Fermiego* E_{fn} i E_{fp} odpowiednio dla elektronów i dziur:

$$n = n_i \exp\left(E_{fn} - E_i\right)/kT \qquad p = n_i \exp\left(E_i - E_{fp}\right)/kT$$

Kwazi-poziomy Fermiego (E_{fn} i E_{fp}) są odpowiednikami równowagowego poziomu Fermiego E_f. Kiedy obecne są nośniki nadmiarowe, odchyłki E_{fn} i E_{fp} od E_f wskazują, na ile koncentracje elektronów i dziur (n *i* p) różnią się od równowagowych koncentracji (n_0 i p_0). Odległość między kwazi-poziomami Fermiego ($E_{fn} - E_{fp}$) jest miarą odchyłki od równowagi (w równowadze $E_{fn} = E_{fp} = E_f$)

Przykład

Załóżmy, że $10^{13} EHP/cm^3$ jest generowanych optycznie (g_{op}) w ciągu każdej μs w próbce Si, w której $n_0 = 10^{14} cm^{-3}$ i $\tau_n = \tau_p = 2\mu s$. Wówczas stacjonarna nadmiarowa koncentracja elektronów i dziur jest równa $2 \cdot 10^{13} cm^{-3}$

O ile procentowa zmiana koncentracji nośników większościowych (elektronów) jest mała, to koncentracja nośników mniejszościowych zmienia się z

$p_0 = n_i^2/n_0 = (1.5 \times 10^{10})^2/10^{14} = 2.25 \times 10^6\ cm^{-3}$ **(w równowadze)**

do

$p = p_0 + \delta p = p_0 + g_{op}\tau_p = 2.25 \times 10^6\ cm^{-3} + (10^{13}\ EHP/cm^3 \mu s) \times (2\mu s)$

$= 2 \times 10^{13}\ cm^{-3}$ **(w stanie stacjonarnym)**

Należy zauważyć, że równanie $n_0 p_0 = n_i^2$ spełnione w stanie równowagi, nie jest spełnione dla nośników nadmiarowych:

$$np \neq n_i^2$$

$$n = n_i \exp\left(E_{fn} - E_i\right)/kT$$

Przykład cd.

$$n_0 = 10^{14} cm^{-3}, \quad n_i = 10^{10} cm^{-3} \qquad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0} = \frac{10^{20}}{10^{14}} = 10^6 cm^{-3}$$

$$n = n_i \exp(E_F - E_i)/kT$$

Otrzymujemy:

$$E_F - E_i = 0,239 eV$$

Po oświetleniu:

$$n = n_0 + \delta n = n_0 + g_{op}\tau_n = 10^{14} cm^{-3} + \left(\frac{10^{13} EHP}{cm^3 \mu s} \cdot 2\mu s\right) =$$

$$= 10^{14}\ cm^{-3} + 2 \cdot 10^{13} cm^{-3} = 1,2 \cdot 10^{14} cm^{-3}$$

Otrzymujemy:

$$E_{Fn} - E_i = 0,233 eV$$

Przykład cd.

Z równania:

$p = \delta n = n_i \exp\left(E_i - E_{Fp}\right)/kT \qquad E_i - E_{F_p} = 0,186eV$

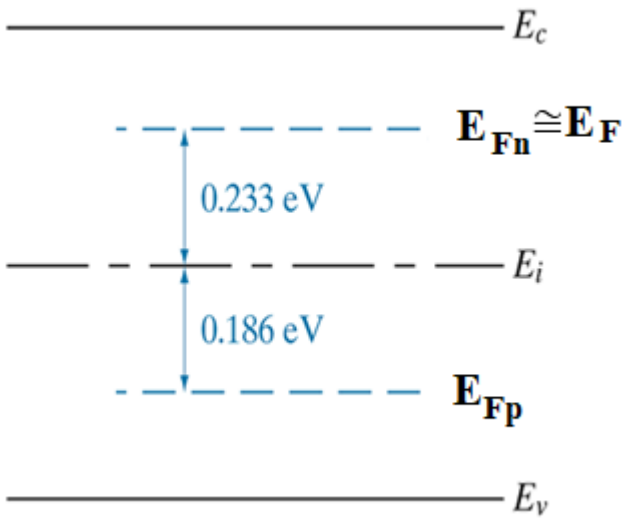
Przed oświetleniem: jeden poziom Fermiego dla elektronów i dziur

$$E_F - E_i = 0,239eV,$$

Po oświetleniu: pojawiają się kwazi-poziomy Fermiego

$$E_{Fn} - E_i = 0,233eV \quad E_i - E_{F_p} = 0,186eV$$

Kwazi-poziomy Fermiego E_{Fn} i E_{Fp} dla Si z $n_0 = 10^{14}$ cm^{-3}, $\tau_n = 2$ μs i $g_{op} = 10^{13}$ EHP/cm^3 μs



EHP- ilość par elektron-dziura

Gradienty quasi-poziomów Fermiego

W stanie równowagi $gradE_F = 0$. Pojawienie się prądu unoszenia i dyfuzji prowadzi do gradientów quasi-poziomów Fermiego:

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

$$\frac{dn(x)}{dx} = \frac{d}{dx}\left[n_i e^{(F_n - E_i)/kT}\right] = \frac{n(x)}{kT}\left(\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx}\right)$$

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{q}$$

$$J_n(x) = q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + \mu_n n(x)\left[\frac{dF_n}{dx} - \frac{dE_i}{dx}\right]$$

$$= q\mu_n n(x)\varepsilon(x) + \mu_n n(x)\left[\frac{dF_n}{dx} - q\varepsilon(x)\right]$$

$$= \mu_n n(x)\frac{dF_n}{dx} = q\mu_n n(x)\frac{d(F_n/q)}{dx} = \sigma_n(x)\frac{d(F_n/q)}{dx}$$

$$J_p(x) = q\mu_p p(x)\frac{d(F_p/q)}{dx} = \sigma_p(x)\frac{d(F_p/q)}{dx}$$

* **zmodyfikowane prawo Ohma**

Procesy unoszenia i dyfuzji nośników są równoważne przestrzennej zmianie quasi-poziomów Fermiego